

## Математическая Интернет-карусель 9 классов 11 октября 2012 года

1. В классе 26 школьников, из которых 9 – девочки. Каждый мальчик дружит с 5 одноклассниками. Каждая из девочек, кроме Маши, дружит с 9 мальчиками-одноклассниками. Со сколькими мальчиками-одноклассниками дружит Маша?
2. Найдите неотрицательную разность двух чисел, если сумма этих чисел равна их произведению и разности их квадратов.
3. На сколько натуральных чисел от 1 до 1000 меньше, нежели четных натуральных чисел от 1 до 2012?
4. Точка  $O$  центр параллелограмма  $ABCD$ . Луч выходит из вершины  $A$ , делит пополам отрезок  $BO$  и пересекает сторону  $BC$  в точке  $E$ . Во сколько раз длина отрезка  $BE$  меньше длины отрезка  $CE$ ?
5. Найдите сумму  $60(x + y)$ , если  $4x^2 + 9y^2 = 10$ ,  $2xy = 1$ .
6. Числа от 1 до 16 написаны по одному на 16 карточках разного цвета. Петя и Вася берут себе карточки с условием, что если взял карточку, то надо себе забрать и все карточки того же цвета. Так одни цвета достались одному, другие – другому. Каждый подсчитал сумму чисел на своих карточках. Они оказались разными. Стали они думать, как надо было брать карточки, чтобы суммы оказались равными, и пришли к выводу, что такого способа не существует. Какое наименьшее число цветов карточек могло быть?
7. На сколько процентов надо увеличить зарплату Пете, чтобы он стал получать в 2,5 раза больше, нежели получает сейчас?
8. Сколько трёхзначных чисел  $N$ , обладающих следующим свойством: из цифр числа  $N$  можно составить шесть различных двузначных простых чисел?
9. Сколько целых значений  $A$ , при которых сумма модулей выражений  $2A - 100$  и  $150 - A$  принимает значения от 150 до 400 (включая 150 и 400)?
10. Парабола  $f(x) = 2x^2 + bx + c$  пересекает ось  $OX$  в точках с абсциссами 10 и 2012. Найдите ординату пересечения параболы с осью  $OY$ .

11. Последние три цифры квадрата трехзначного числа  $A$  образуют число  $A$ . Найдите  $A$ .
12. Найдите (действительные) корни уравнения  $(5 - x)^4 + (2 - x)^4 = 17$ .
13. На стороне  $BC$  квадрата  $ABCD$ , длина стороны которого равна 12, взята такая точка  $E$ , что  $BE = 5$ . На стороне  $CD$  отмечена такая точка  $F$ , что  $AF$  – биссектриса угла  $DAE$ . Найдите длину отрезка  $DF$ .
14. В турнире по гандболу участвуют 20 команд. В конце турнира каждый две команды должны сыграть ровно один раз. Через какое наименьшее число прошедших игр может оказаться так, что среди любых трёх команд какие-то две уже сыграли между собой?
15. Уравнение  $x^3 + Ax^2 + Bx - 2012 = 0$  имеет три корня: один – целый, два других – дробные (не целые). Найдите произведение дробных корней, если известно, что  $2A + B = 1002$ .
16. В примере на деление цифры заменили буквами так, что одинаковые цифры стали одинаковыми буквами, а разные – разными. Получилось ИВА : ДА = ДА. Каким числом могло быть делимое?
17. Экскаватор роет яму. После того, как было вынута 20 куб.м. грунта, производительность экскаватора снизилась на 5 куб.м. Сколько куб.м. составляла производительность экскаватора первоначально, если всего после 8 часов работы было вынута 50 куб.м. грунта?